

# 专题 01 全等三角形 (9 大类型提分练+ 30 道期末压轴题)

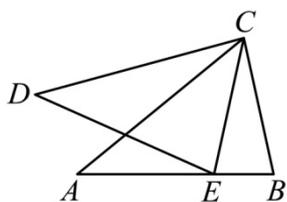
## 目录

类型一、全等三角形的有关概念与性质.....	1
类型二、全等三角形的判定条件.....	2
类型三、添加条件使三角形全等.....	2
类型四、全等三角形的多结论判断问题.....	3
类型五、全等三角形的作图问题.....	4
类型六、全等三角形的性质与判定.....	5
类型七、全等三角形与动点问题.....	6
类型八、全等三角形的性质与判定综合问题.....	6
类型九、全等三角形与材料阅读探究问题.....	7
提能力：30 道期末压轴题.....	8

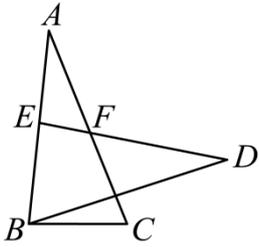
### A 夯基础

#### 类型一、全等三角形的有关概念与性质

- (23-24 八年级上·江苏无锡·期末) 下列说法正确的是 ( )  
A. 面积相等的图形叫做全等图形      B. 周长相等的图形叫做全等图形  
C. 能完全重合的图形叫做全等图形      D. 形状相同的图形叫做全等图形
- (23-24 八年级上·江苏南通·期末) 如图, 点  $E$  在线段  $AB$  上,  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ,  $\angle ACD = 28^\circ$ , 则  $\angle B$  的度数是 ( )



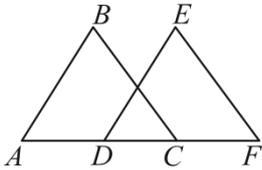
- A.  $70^\circ$       B.  $72^\circ$       C.  $74^\circ$       D.  $76^\circ$
- (23-24 八年级上·江苏宿迁·期末) 如图, 已知  $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ , 点  $E$  在  $AB$  上,  $DE$  与  $AC$  相交于点  $F$ .



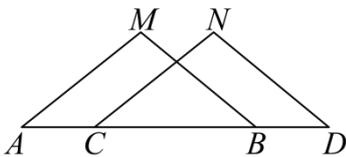
- (1) 当  $DE = 9$ ,  $BC = 5$  时, 线段  $AE$  的长为  $\quad$  ;  
 (2) 已知  $\angle D = 35^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ , 求  $\angle DBC$  的度数.

### 类型二、全等三角形的判定条件

4. (24-25 八年级上·江苏徐州·期中) 由下列两个直角三角形具备的条件, 不能判定它们全等的是 ( )  
 A. 斜边和一个锐角对应相等                      B. 两个锐角对应相等  
 C. 一条直角边和一个锐角对应相等              D. 两条直角边对应相等
5. (24-25 八年级上·江苏徐州·期中) 如图, 已知点  $A$ 、 $D$ 、 $C$ 、 $F$  在同一条直线上,  $BC \parallel EF$ ,  $BC = EF$ , 要使  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  还需添加的条件是 ( )



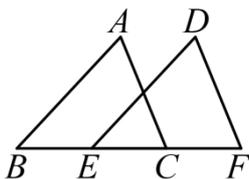
- A.  $\angle A = \angle F$     B.  $\angle BCA = \angle F$     C.  $AC = DF$               D.  $AB = DE$
6. (24-25 八年级上·江苏南京·期中) 如图, 已知  $MB = ND$ ,  $\angle MBA = \angle NDC$ , 下列添加的条件中, 下列哪一个选项不能用于判定  $\triangle ABM \cong \triangle CDN$  的选项是 ( )



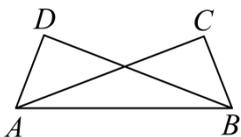
- A.  $\angle M = \angle N$     B.  $AB = CD$               C.  $AM = CN$               D.  $AM \parallel CN$

### 类型三、添加条件使三角形全等

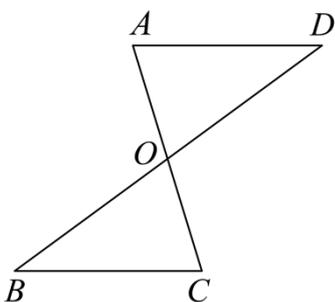
7. (23-24 八年级上·江苏常州·期末) 如图,  $AB \parallel DE$ ,  $AB = DE$ , 请你添加一个条件:  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 使  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .



8. (23-24 八年级上·江苏泰州·期末) 如图, 在  $\text{Rt} \triangle ABD$  与  $\text{Rt} \triangle BAC$  中,  $\angle D = \angle C = 90^\circ$ , 用“HL”定理说明  $\triangle ABD \cong \triangle BAC$ , 则需再添加一个条件为\_\_\_\_. (写出一个即可)

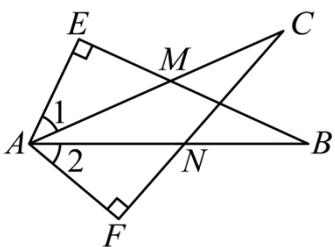


9. (23-24 八年级上·江苏镇江·期末) 如图,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ,  $OA = OC$ , 添加一个条件\_\_\_\_, 使得  $\triangle AOD \cong \triangle COB$ . (填一个即可)



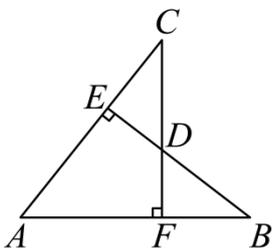
#### 类型四、全等三角形的多结论判断问题

10. (23-24 八年级上·江苏南京·期末) 如图, 在  $\triangle AEB$  和  $\triangle AFC$  中,  $\angle E = \angle F = 90^\circ$ ,  $\angle B = \angle C$ ,  $AE = AF$ ,  $EB$  交  $AC$  于点  $M$ ,  $AB$  交  $FC$  于点  $N$ . 下列结论: ①  $\angle 1 = \angle 2$ ; ②  $\triangle ACN \cong \triangle ABM$ ; ③  $MA = MB$ . 其中所有正确结论的序号是 ( )



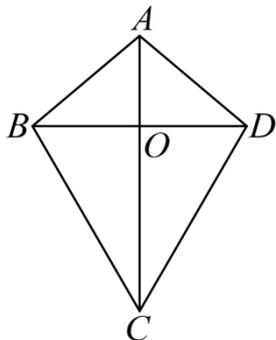
- A. ①②      B. ②③      C. ①③      D. ①②③

11. (23-24 八年级上·江苏南京·期末) 如图,  $AB = AC$ ,  $BE \perp AC$ ,  $CF \perp AB$ , 垂足分别为  $E$ ,  $F$ ,  $CF$  与  $BE$  交于点  $D$ , 下列结论: ①  $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ ; ②  $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ ; ③ 点  $D$  在  $\angle BAC$  的平分线上; ④  $AB = DF + DB$ . 其中所有正确结论的序号是 ( )



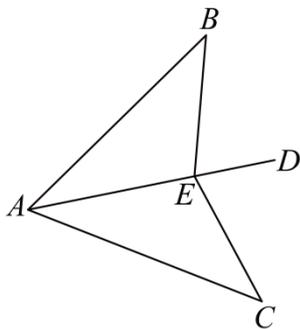
- A. ①②      B. ②③      C. ①②③      D. ①②③④

12. (23-24 八年级上·江苏·期中) 如图, 四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ,  $\triangle ABO \cong \triangle ADO$ , 下列结论: ①  $AC \perp BD$ ; ②  $CB = CD$ ; ③  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ; ④  $DA = DC$ . 其中不正确结论的序号是\_\_\_\_\_.

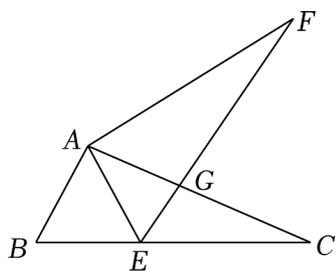


### 类型五、全等三角形的作图问题

13. (22-23 八年级上·江苏盐城·期末) 如图,  $AB = AC$ , 点  $E$  在射线  $AD$  上,  $BE = CE$ , 求证:  $AD$  平分  $\angle BAC$ .



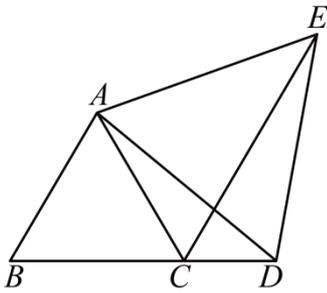
14. (23-24 八年级上·江苏扬州·期末) 如图, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle AEF$  中, 点  $E$  在  $BC$  边上,  $\angle C = \angle F$ ,  $AC = AF$ ,  $\angle CAF = \angle BAE$ ,  $EF$  与  $AC$  交于点  $G$ .



(1) 试说明:  $\triangle ABC \cong \triangle AEF$ ;

(2) 若  $\angle B = 55^\circ$ ,  $\angle C = 20^\circ$ , 求  $\angle EAC$  的度数.

15. (22-23 八年级上·江苏扬州·期末) 如图, 点  $B, C, D$  在同一条直线上,  $\triangle ABC$ ,  $\triangle ADE$  是等边三角形, 若  $CE = 5$ ,  $CD = 2$ ,



- (1) 求  $\angle ECD$  的度数；  
 (2) 求  $AC$  长.

**类型六、全等三角形的性质与判定**

16. (22-23 八年级下·江苏扬州·期末) 如图, 已知正方形  $ABCD$ ,  $E$  为  $BC$  上任意一点, 请仅用无刻度的直尺完成下列作图, 不写作法, 保留作图痕迹. (用虚线表示画图过程, 实线表示画图结果)

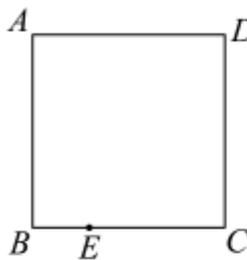


图1

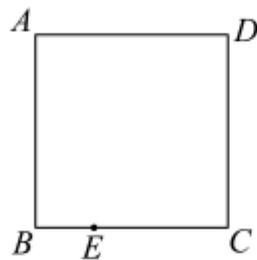


图2

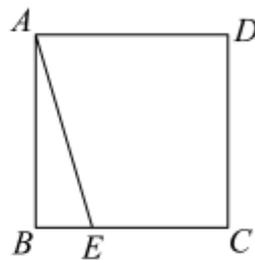
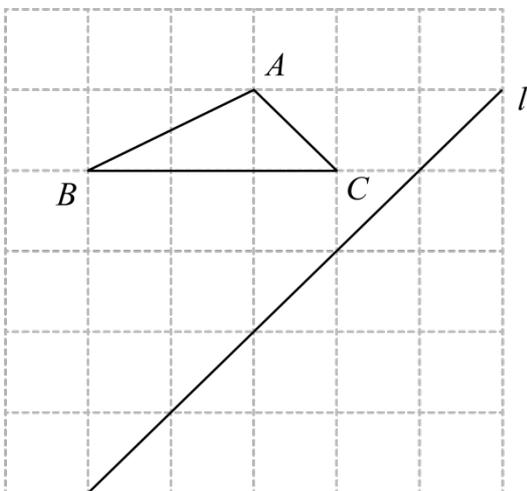


图3

- (1) 在边  $AD$  上找点  $F$ , 使得直线  $EF$  将正方形  $ABCD$  的面积平均分成相等的两部分; (在图 1 中完成)  
 (2) 在边  $AB$  上找点  $G$ , 使得  $BG = BE$ ; (在图 2 中完成)  
 (3) 连接  $AE$ , 将  $\triangle ABE$  绕点  $A$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 作出旋转后的三角形. (在图 3 中完成)

17. (24-25 八年级上·江苏泰州·阶段练习) 如图, 若已知每一个小正方形的边长为 1,  $\triangle ABC$  的顶点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  都在小正方形的顶点上.

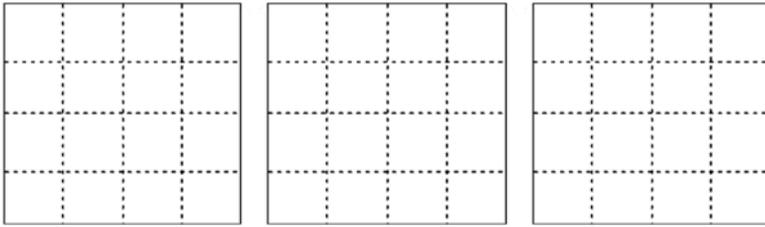


- (1)  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_;

(2)在方格纸上画出一个格点三角形,使其与 $\triangle ABC$ 全等且有一个公共顶点 $B$ ;

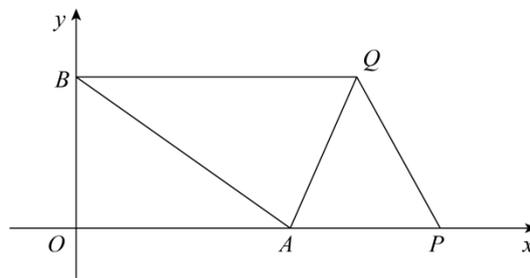
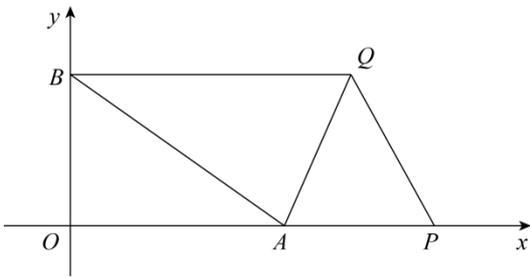
(3)画 $\triangle A_1B_1C_1$ ,使它与 $\triangle ABC$ 关于 $l$ 对称.

18. (24-25 八年级上·江苏泰州·阶段练习)用不同的方法沿着网格线把正方形分割成两个全等的图形.(至少画 3 种,分割线用粗实线)



**类型七、全等三角形与动点问题**

19. (21-22 八年级上·江苏无锡·期末)在平面直角坐标系中,已知点 $A(4, 0)$ ,点 $B(0, 3)$ .点 $P$ 从点 $A$ 出发,以每秒 1 个单位的速度向右平移,点 $Q$ 从点 $B$ 出发,以每秒 2 个单位的速度向右平移,又 $P$ 、 $Q$ 两点同时出发.



备用图

(1)连接 $AQ$ ,当 $\triangle ABQ$ 是直角三角形时,则点 $Q$ 的坐标为\_;

(2)当 $P$ 、 $Q$ 运动到某个位置时,如果沿着直线 $AQ$ 翻折,点 $P$ 恰好落在线段 $AB$ 上,求这时 $\angle AQP$ 的度数;

(3)若将 $AP$ 绕点 $A$ 逆时针旋转,使得 $P$ 落在线段 $BQ$ 上,记作 $P'$ ,且 $AP' \parallel PQ$ ,求此时直线 $PQ$ 的解析式.

**类型八、全等三角形的性质与判定综合问题**

20. (21-22 八年级上·江苏淮安·期末)如图 1,  $AC = BC$ ,  $CD = CE$ ,  $\angle ACB = \angle DCE = \alpha$ .

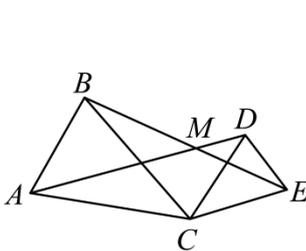


图1

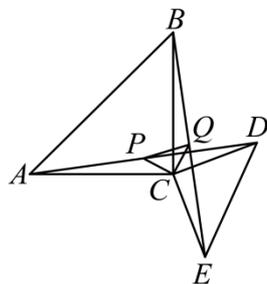


图2

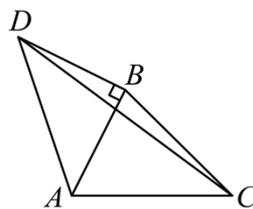


图3

(1) $AD$ 、 $BE$ 相交于点 $M$ .

①求证:  $AD = BE$ ;

②用含 $\alpha$ 的式子表示 $\angle AMB$ 的度数;

(2)如图2, 点 $P$ 、 $Q$ 分别是 $AD$ 、 $BE$ 的中点, 连接 $CP$ 、 $CQ$ , 判断 $\triangle CPQ$ 的形状, 并加以证明;

(3)如图3, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $BC = \sqrt{8}$ ,  $AC = 3$ , 以 $AB$ 为直角边,  $B$ 为直角顶点作等腰  $\text{Rt} \triangle ABD$ , 则 $CD =$  (直接写出结果).

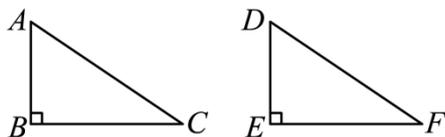
### 类型九、全等三角形与材料阅读探究问题

21. (22-23 八年级上·江苏南京·期末) 【问题提出】

数学课上, 学习了直角三角形全等的判定方法 (即“HL”) 后, 我们继续对“两个直角三角形满足一条直角边和周长分别相等”的情形进行研究.

#### 【问题解决】

(1) 如图①, 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  和  $\text{Rt} \triangle DEF$  中,  $\angle B = \angle E = 90^\circ$ ,  $AB = DE$ ,  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  的周长相等. 求证  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .



图①

(I) 根据小红的思考, 请将小红的解答过程补充完整;

小红的思考

设  $AB = DE = m$ ,  $\triangle ABC$  的周长 =  $\triangle DEF$  的周长 =  $n$ ,  $AC = x$ .

在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中, 根据勾股定理, 得 \_\_\_\_\_, 解得  $x = \frac{2m^2 + n^2 - 2mn}{2n - 2m}$ ;

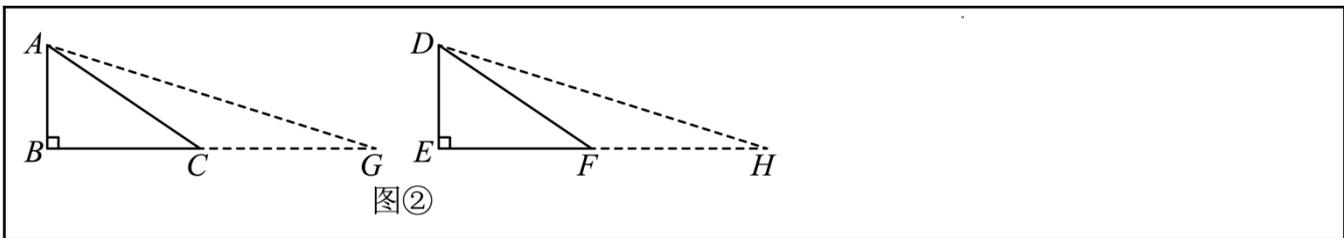
同理可得  $DF = \frac{2m^2 + n^2 - 2mn}{2n - 2m}$ . 由此可得  $AC = DF$ . 又  $AB = DE$ ,

根据 \_\_\_\_\_, 可以知道  $\text{Rt} \triangle ABC \cong \text{Rt} \triangle DEF$ .

(II) 根据小明的思考, 请继续完成小明的证明;

小明的思考

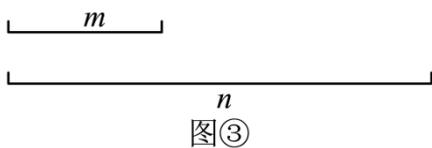
如图②, 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  和  $\text{Rt} \triangle DEF$  中, 分别延长  $BC$ ,  $EF$  至  $G$ ,  $H$ , 使得  $CG = AC$ ,  $FH = DF$ , 连接  $AG$ ,  $DH$ .



图②

**【问题拓展】**

(2) 如图③, 已知线段  $m, n$ . 用直尺和圆规求作一个  $\text{Rt} \triangle ABC$ , 使  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = m$ ,  $\triangle ABC$  的周长为  $n$ . (保留作图痕迹, 写出必要的文字说明)



(3) 下列命题是真命题的有\_\_\_\_\_. (填写所有正确的选项)

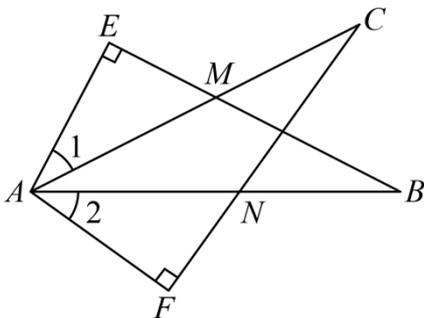
- A、斜边和周长分别相等的两个直角三角形全等
- B、斜边和面积分别相等的两个直角三角形全等
- C、一个锐角和周长分别相等的两个直角三角形全等
- D、斜边和斜边上的中线分别相等的两个直角三角形全等

**B 提能力**

**提能力：30 道期末压轴题**

**一、单选题**

1. (23-24 八年级上·江苏南京·期末) 如图, 在  $\triangle AEB$  和  $\triangle AFC$  中,  $\angle E = \angle F = 90^\circ$ ,  $\angle B = \angle C$ ,  $AE = AF$ ,  $EB$  交  $AC$  于点  $M$ ,  $AB$  交  $FC$  于点  $N$ . 下列结论: ①  $\angle 1 = \angle 2$ ; ②  $\triangle ACN \cong \triangle ABM$ ; ③  $MA = MB$ . 其中所有正确结论的序号是 ( )



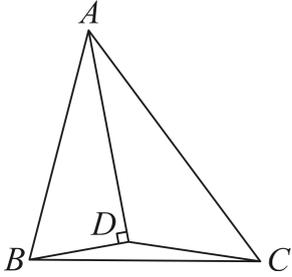
A. ①②

B. ②③

C. ①③

D. ①②③

2. (22-23 八年级上·江苏镇江·期末) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AD$  为  $\angle BAC$  的角平分线, 作  $BD$  垂直  $AD$  于  $D$ ,  $\triangle ABC$  的面积为 8, 则  $\triangle ACD$  的面积为 ( )



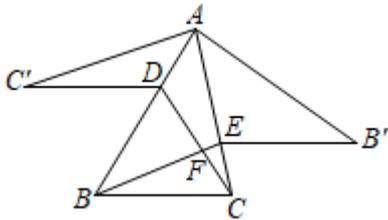
A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

3. (22-23 八年级上·江苏南通·阶段练习) 如图, 锐角  $\triangle ABC$  中,  $D, E$  分别是  $AB, AC$  边上的点,  $\triangle ADC \cong \triangle ADC'$ ,  $\triangle AEB \cong \triangle AEB'$ , 且  $C'D \parallel EB' \parallel BC$ , 记  $BE, CD$  交于点  $F$ , 若  $\angle BAC = x^\circ$ , 则  $\angle BFC$  的大小 (用含  $x$  的式子表示) 是 ( )



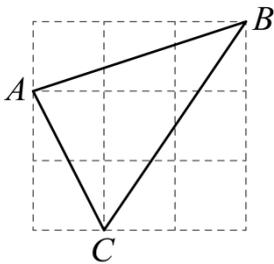
A.  $x$

B.  $180^\circ - 2x$

C.  $180^\circ - x$

D.  $2x$

4. (21-22 八年级·江苏·假期作业) 如图  $3 \times 3$  的正方形网格中,  $\triangle ABC$  的顶点都在小正方形的格点上, 这样的三角形称为格点三角形, 则在此网格中与  $\triangle ABC$  全等的格点三角形 (不含  $\triangle ABC$ ) 共有 ( )



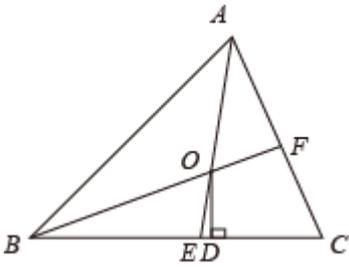
A. 5 个

B. 6 个

C. 7 个

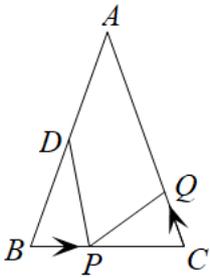
D. 8 个

5. (21-22 八年级上·江苏无锡·期末) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC$  和  $\angle ABC$  的平分线  $AE, BF$  相交于点  $O$ ,  $AE$  交  $BC$  于  $E$ ,  $BF$  交  $AC$  于  $F$ , 过点  $O$  作  $OD \perp BC$  于  $D$ , 下列三个结论: ①  $\angle AOB = 90^\circ + \angle C$ ; ② 若  $AB = 4, OD = 1$ , 则  $S_{\triangle ABO} = 2$ ; ③ 当  $\angle C = 60^\circ$  时,  $AF + BE = AB$ ; ④ 若  $OD = a, AB + BC + CA = 2b$ , 则  $S_{\triangle ABC} = 2ab$ . 其中正确结论的个数是 ( )



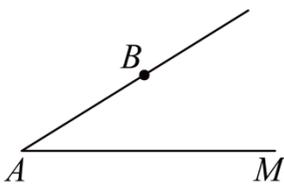
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

6. (20-21 八年级上·江苏连云港·期末) 如图已知 $\triangle ABC$ 中,  $AB = AC = 12\text{cm}$ ,  $\angle B = \angle C$ ,  $BC = 8\text{cm}$ , 点 $D$ 为 $AB$ 的中点. 如果点 $P$ 在线段 $BC$ 上以  $2\text{cm/s}$ 的速度由 $B$ 点向 $C$ 点运动, 同时, 点 $Q$ 在线段 $CA$ 上由 $C$ 点向 $A$ 点运动. 若点 $Q$ 的运动速度为 $v$ , 则当 $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等时,  $v$ 的值为 ( )



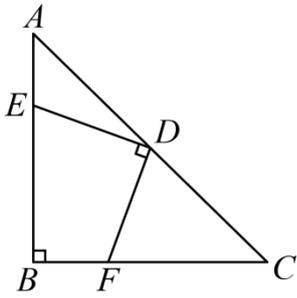
- A. 1                      B. 3                      C. 1 或 3                      D. 2 或 3

7. (20-21 八年级上·江苏扬州·期末)  $\angle MAB$ 为锐角,  $AB = a$ , 点 $C$ 在射线 $AM$ 上, 点 $B$ 到射线 $AM$ 的距离为 $d$ ,  $BC = x$ , 若 $\triangle ABC$ 的形状、大小是唯一确定的, 则 $x$ 的取值范围是 ( )



- A.  $x = d$ 或 $x \geq a$     B.  $x \geq a$                       C.  $x = d$                       D.  $x = d$ 或 $x > a$

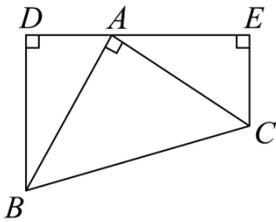
8. (23-24 八年级上·江苏泰州·期末) 如图, 在边长一定的等腰直角 $\triangle ABC$ 中, 点 $D$ 为斜边 $AC$ 的中点, 点 $E$ 是边 $AB$ 上一动点, 过点 $D$ 作 $DF \perp DE$ , 交边 $BC$ 于点 $F$ , 在点 $E$ 运动的过程中, 关于四边形 $BEDF$ 下列说法正确的是 ( )



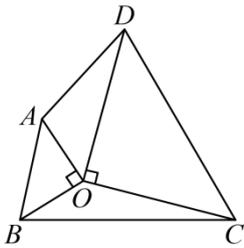
- A. 面积不变, 周长不变                      B. 面积不变, 周长改变  
C. 面积改变, 周长不变                      D. 面积改变, 周长改变

**二、填空题**

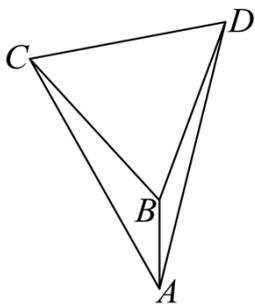
9. (23-24 八年级上·江苏扬州·期末) 如图, 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ , 分别过点  $B$ 、 $C$  作过点  $A$  的直线的垂线  $BD$ 、 $CE$ , 若  $BD = 5\text{cm}$ ,  $CE = 3\text{cm}$ , 则  $DE = \underline{\hspace{2cm}}$   $\text{cm}$ .



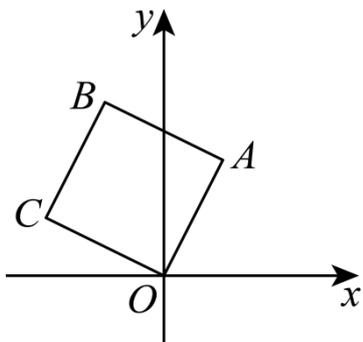
10. (23-24 八年级上·江苏南京·期末) 如图,  $\triangle AOB$  和  $\triangle COD$  是等腰直角三角形,  $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ , 连接  $AD$ 、 $BC$ . 若  $OA = 1$ ,  $OD = 2$ , 则四边形  $ABCD$  面积的最大值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



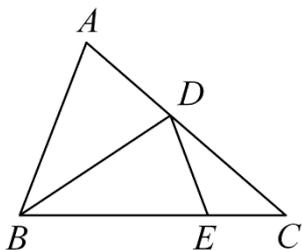
11. (23-24 八年级上·江苏扬州·期末) 如图,  $\triangle ABC$  中  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $AB = 1$ ,  $AC = 3$ , 以  $BC$  为边向右作等边  $\triangle BCD$ , 连接  $AD$ , 则线段  $AD$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



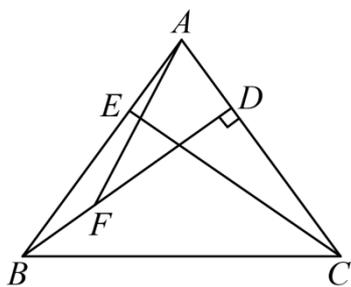
12. (22-23 八年级上·江苏扬州·期末) 如图, 将正方形  $OABC$  放在平面直角坐标系中,  $O$  是原点,  $A$  的坐标为  $(1.5, 3)$ , 则点  $C$  的坐标为\_\_\_\_\_.



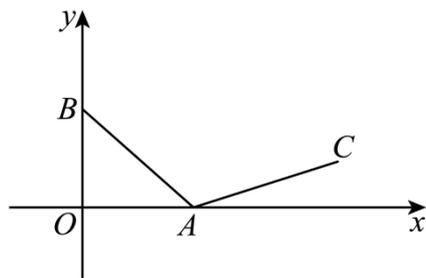
13. (23-24 八年级上·江苏苏州·期末) 如图,  $AD = DE$ ,  $AB = BE$ ,  $\angle CED = 110^\circ$ , 则  $\angle A =$ \_\_\_\_\_°.



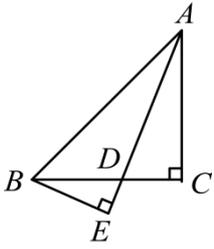
14. (23-24 八年级上·江苏南通·期末) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 65^\circ$ ,  $BD$  是  $AC$  边上的高, 点  $E, F$  分别在  $AB, BD$  上, 且  $AE = BF$ , 当  $AF + CE$  的值最小时,  $\angle AFD$  的度数是\_\_\_\_\_°.



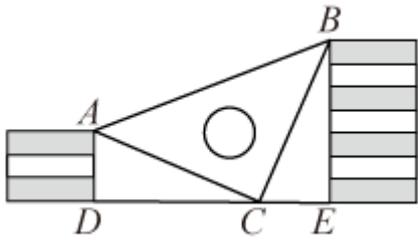
15. (23-24 八年级上·江苏苏州·期末) 如图, 已知点  $A(4,0)$ , 点  $B$  在  $y$  轴正半轴上, 将线段  $AB$  绕点  $A$  顺时针旋转  $120^\circ$  到线段  $AC$ , 若点  $C$  的坐标为  $(9, h)$ , 则  $h =$ \_\_\_\_\_.



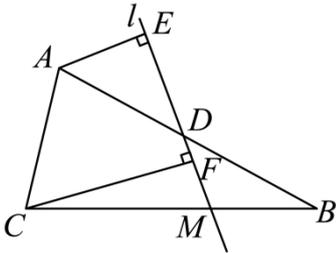
16. (23-24 八年级上·江苏镇江·期末) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线, 过点  $B$  作  $BE \perp AD$ , 交  $AD$  的延长线于点  $E$ . 若  $BE = 5$ , 则  $AD$  的长为\_\_\_\_\_.



17. (21-22 八年级上·江苏扬州·期末) 如图, 小虎用 10 块高度都是 4 cm 的相同长方体小木块, 垒了两堵与地面垂直的木墙, 木墙之间刚好可以放进一个等腰直角三角板 ( $AC = BC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ), 点  $C$  在  $DE$  上, 点  $A$  和  $B$  分别与木墙的顶端重合, 则两堵木墙之间的距离为\_\_\_\_\_.

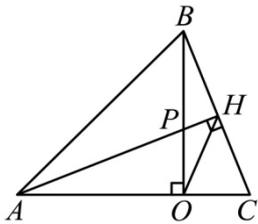


18. (22-23 八年级上·江苏·期末) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $BC = 4\sqrt{2}$ , 直线  $l$  经过边  $AB$  的中点  $D$ , 与  $BC$  交于点  $M$ , 分别过点  $A, C$  作直线  $l$  的垂线, 垂足为  $E, F$ , 则  $AE + CF$  的最大值为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题

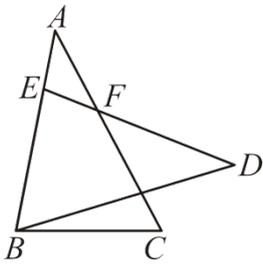
19. (23-24 八年级上·江苏扬州·期末) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $BO \perp AC$  于点  $O$ ,  $AO = BO = 5$ ,  $OC = 2$ , 过点  $A$  作  $AH \perp BC$  于点  $H$ , 交  $BO$  于点  $P$ .



(1) 求线段  $OP$  的长度;

(2) 连接  $OH$ , 求  $\angle AHO$  的度数;

20. (22-23 八年级上·江苏镇江·期末) 如图, 已知  $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ , 点  $E$  在  $AB$  上,  $DE$  与  $AC$  相交于点  $F$ .

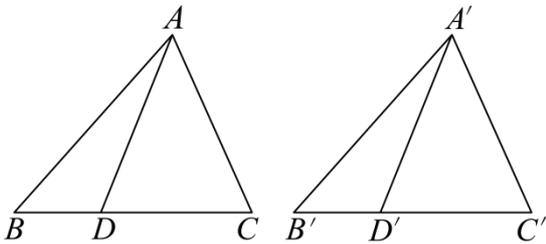


(1) 当  $DE = 6$ ,  $BC = 4$  时, 求线段  $AE$  的长;

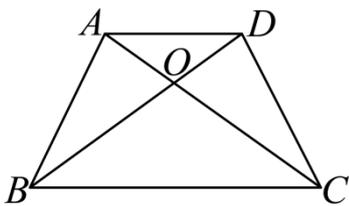
(2) 已知  $\angle D = 35^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ , 求  $\angle AFE$  的度数.

21. (23-24 八年级上·江苏宿迁·期末) 如图, 在  $\triangle ABC$  与  $\triangle A'B'C'$  中, 点  $D$ 、 $D'$  分别在  $BC$ 、 $B'C'$  上, 且  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ,  $BD = B'D'$ .

求证:  $AD = A'D'$ .



22. (23-24 八年级上·江苏扬州·期末) 如图,  $AB = DC$ ,  $AC = DB$ ,  $AC$ ,  $DB$  交于点  $O$ .



(1) 线段  $OB$  与  $OC$  有怎样的数量关系? 证明你的结论.

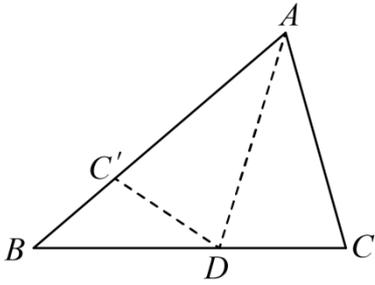
(2)  $\angle AOB$  与  $\angle OBC$  有怎样的数量关系? 证明你的结论.

23. (23-24 八年级上·江苏无锡·期末) 【问题】我们已经研究了等腰三角形的一些基本性质, 如“等边对等角”“三线合一”等. 对于一般三角形, 有哪些对应的性质呢?

【探索 1】小华猜想: 在  $\triangle ABC$  中, 如果  $AB > AC$ , 那么  $\angle C > \angle B$ .

也就是说: 三角形中较大的边所对的角也比较大 (简称“大边对大角”).

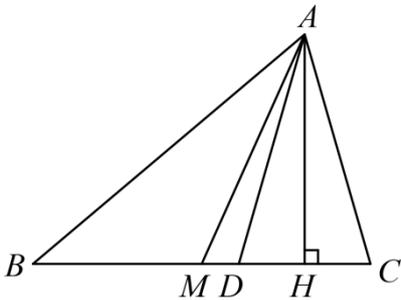
小华把  $AC$  沿  $\angle A$  的平分线  $AD$  翻折, 使点  $C$  落在  $AB$  上的点  $C'$  处, 如图 (1) 得到证明思路. 请根据这个思路, 结合图 (1) 写出证明过程:



图(1)

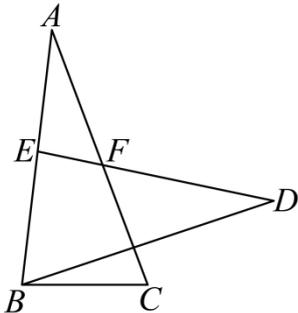
**【探索 2】**小华通过画图发现：若  $AM$ 、 $AD$ 、 $AH$  分别是  $\triangle ABC$  的中线、角平分线和高线，且  $AB \neq AC$ ，则点  $D$  在直线  $BC$  上的位置始终处于点  $M$  和点  $H$  之间。

你认为这个结论是否一定成立？如果成立，不妨设  $AB > AC$ ，请结合图(2)进行证明；如果不成立，请举出反例。



图(2)

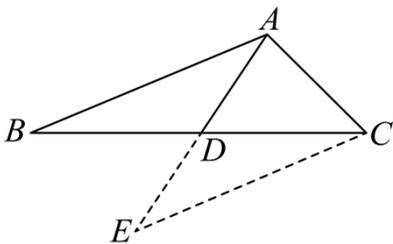
24. (23-24 八年级上·江苏宿迁·期末) 如图，已知  $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ ，点  $E$  在  $AB$  上， $DE$  与  $AC$  相交于点  $F$ 。



(1) 当  $DE = 9$ ， $BC = 5$  时，线段  $AE$  的长为\_\_\_\_\_；

(2) 已知  $\angle D = 35^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，求  $\angle DBC$  的度数。

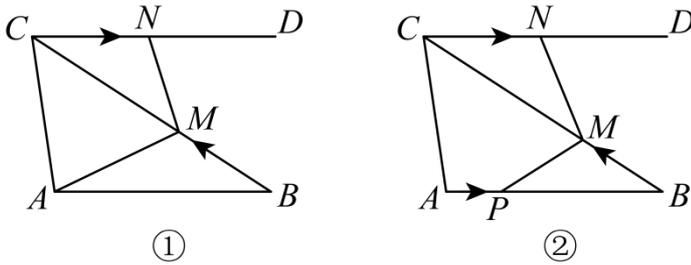
25. (24-25 八年级上·江苏南京·期中) 如图， $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线，延长  $AD$  至点  $E$ ，使  $ED = AD$ ，连接  $CE$ 。



(1)证明:  $\triangle ABD \cong \triangle ECD$ ;

(2)若  $AB = 8$ ,  $AC = 4$ , 设  $AD = x$ , 可得  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

26. (24-25 八年级上·江苏盐城·期中) 如图①, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 18\text{cm}$ ,  $BC = 30\text{cm}$ , 过点  $C$  作射线  $CD \parallel AB$ . 点  $M$  从点  $B$  出发, 以  $3\text{cm/s}$  的速度沿  $BC$  匀速移动; 点  $N$  从点  $C$  出发, 以  $a\text{cm/s}$  的速度沿  $CD$  匀速移动. 点  $M$ 、 $N$  同时出发, 当点  $M$  到达点  $C$  时, 点  $M$ 、 $N$  同时停止移动, 连接  $AM$ 、 $MN$ , 设移动时间为  $t(\text{s})$ .



(1)点  $M$ ,  $N$  从移动开始到停止, 所用时间为\_\_\_\_\_s;

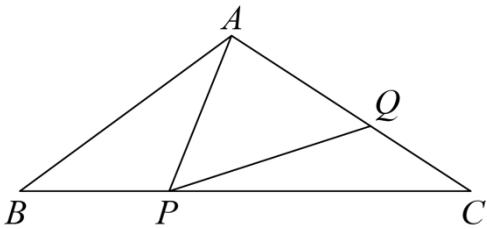
(2)当  $\triangle ABM$  与  $\triangle MCN$  全等时,

① 若点  $M$ ,  $N$  的移动速度相同, 求  $t$  的值;

② 若点  $M$ ,  $N$  的移动速度不同, 求  $a$  的值;

(3)如图②、当点  $M$ 、 $N$  开始移动时, 点  $P$  同时从点  $A$  出发, 以  $2\text{cm/s}$  的速度沿  $AB$  向点  $B$  匀速移动, 到达点  $B$  后立刻以原速度沿  $BA$  返回. 当点  $M$  到达点  $C$  时, 点  $M$ 、 $N$ 、 $P$  同时停止移动. 在移动的过程中, 是否存在  $\triangle PBM$  与  $\triangle MCN$  全等的情形? 若存在, 求出  $t$  的值, 若不存在, 说明理由.

27. (23-24 八年级上·江苏连云港·期中) 如图, 在等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 5\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ , 点  $P$  从点  $B$  出发, 以  $2\text{cm/s}$  的速度沿  $BC$  向点  $C$  运动, 设点  $P$  的运动时间为  $t\text{s}$ .

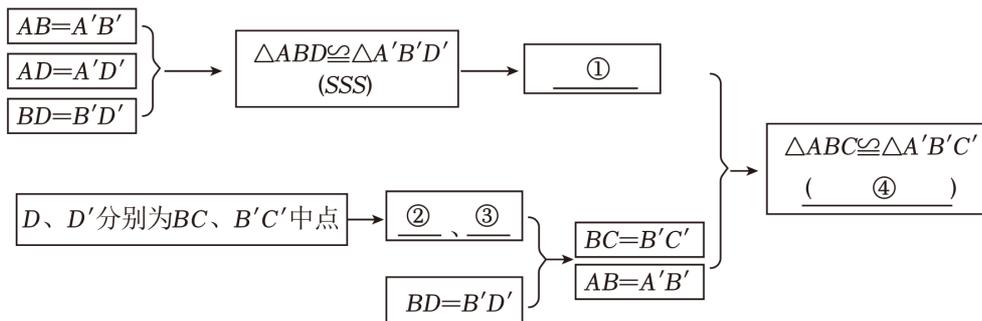


(1) $PC =$ \_\_\_\_\_cm. (用  $t$  的代数式表示)

(2)当点  $P$  从点  $B$  开始运动, 同时, 点  $Q$  从点  $C$  出发, 以  $v\text{cm/s}$  的速度沿  $CA$  向点  $A$  运动, 是否存在这样  $v$  的值, 使得  $\triangle ABP$  与  $\triangle PQC$  全等? 若存在, 请求出  $v$  的值; 若不存在, 请说明理由.

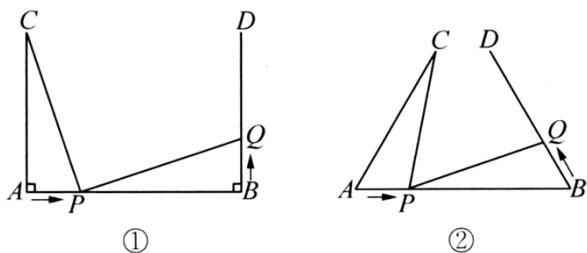
28. (24-25 八年级上·江苏南京·阶段练习) 已知:  $\triangle ABC$  和  $\triangle A'B'C'$ ,  $D$ 、 $D'$  分别为  $BC$ 、 $B'C'$  中点, 且  $AD = A'D'$ ,  $AB = A'B'$ .

(1)当 $BD = B'D'$ 时, 求证:  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ .



(2)当 $AC = A'C'$ 时, 求证:  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ .

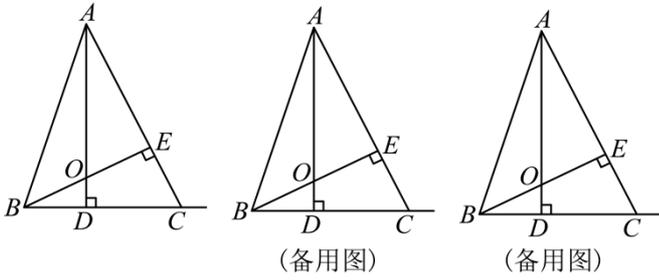
29. (24-25 八年级上·江苏无锡·期中) 如图, 已知  $AC \perp AB$ ,  $BD \perp AB$ ,  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = BD = 6\text{cm}$ , 点  $P$  在线段  $AB$  上以  $2\text{cm/s}$  的速度由点  $A$  向点  $B$  运动, 同时点  $Q$  在线段  $BD$  上由点  $B$  向点  $D$  运动, 当其中一点到达终点时, 另一点也同时停止运动. 设运动的时间为  $t\text{s}$ .



(1)若点  $Q$  的速度与点  $P$  的速度相同, 则当  $t = 1$  时,  $\triangle ACP$  与  $\triangle BPQ$  是否全等? 请说明理由, 并判断此时  $PC$  和  $PQ$  之间的位置关系;

(2)如图②, 将原题中的“ $AC \perp AB$ ,  $BD \perp AB$ ”改为“ $\angle CAB = \angle DBA = 60^\circ$ ”, 其他条件不变. 设点  $Q$  的速度为  $x\text{cm/s}$ , 则是否存在满足题意的  $x$ , 使得  $\triangle ACP$  与  $\triangle BPQ$  全等? 若存在, 求出相应的  $x$ ,  $t$  的值; 若不存在, 请说明理由.

30. (24-25 八年级上·江苏无锡·期中) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $BC = 5$ , 高  $AD$ 、 $BE$  相交于点  $O$ , 且  $AE = BE$ .



(1)求线段 $AO$ 的长;

(2)点 $F$ 是直线 $AC$ 上的一点且 $CF = BO$ , 动点 $P$ 从点 $O$ 出发, 沿线段 $OA$ 以每秒1个单位长度的速度向终点 $A$ 运动, 动点 $Q$ 从点 $B$ 出发沿射线 $BC$ 以每秒4个单位长度的速度运动,  $P$ 、 $Q$ 两点同时出发, 当点 $P$ 到达 $A$ 点时,  $P$ 、 $Q$ 两点同时停止运动. 设点 $P$ 的运动时间为 $t$ 秒, 是否存在 $t$ 值, 使以点 $B$ 、 $O$ 、 $P$ 为顶点的三角形与以点 $F$ 、 $C$ 、 $Q$ 为顶点的三角形全等? 若存在, 请直接写出符合条件的 $t$ 值; 若不存在, 请说明理由.